



GUÍA DE APRENDIZAJE N° 6
Medidas de Posición. PERCENTILES Y CUARTILES

| | | | |
|--------|--|-------|----------|
| NOMBRE | | CURSO | 2° medio |
| | | FECHA | / /20 |

Capacidad: Razonamiento Lógico. Resolución de problemas

Destrezas: Interpretar, Analizar, Calcular, Representar

Instrucciones: Imprimir esta guía, pegarla y desarrollarla en el cuaderno. Si no puedes imprimirla deja el espacio para pegar la guía y solo realiza el desarrollo en tu cuaderno escribiendo el nombre de la guía. Cuando vuelvas a clase se te entregará una copia de la guía para pegarla. Cuando la resuelvas corrige tu guía con las respuestas y si tienes alguna duda escíbeme al correo wg62117@gmail.com

EN ESTA GUÍA DE APRENDIZAJE CONOCEREMOS LAS MEDIDAS DE POSICIÓN, COMO LOS PERCENTILES Y CUARTILES. LAS MEDIDAS DE POSICIÓN INDICAN EL LUGAR O POSICIÓN DONDE SE UBICA UN VALOR DE LA VARIABLE DENTRO DE UN CONJUNTO ORDENADO DE VALORES.

I Parte. Percentiles

Los percentiles dividen a la muestra, ordenada de menor a mayor, en cien partes iguales que corresponden a 99 valores, que en términos de porcentajes cada uno corresponde a un 1%.

Vamos a aprender a calcular percentiles en datos no agrupados y en datos agrupados en tablas

a. Percentiles en datos no agrupados

Actividad 1. Calcula el percentil que se indica para el siguiente conjunto de datos:

1 0 2 4 7 2 0 1 3 4 6 3 5 1 2

a) Calcular el P_{90}

Desarrollo. Sigue los siguientes casos:

Paso 1. Determina el total de datos $n= 15$

Paso 2. Ordenar los datos de menor a mayor

0 0 1 1 1 2 2 2 3 3 4 4 5 6 7

Paso 3. Calculamos la posición del percentil 90 usando porcentajes

Calculamos el 90% de 15. $15 \cdot 0,90 = 13,5$

| | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Pos | Pos | Pos | Pos | Pos | Pos | Pos | Pos | Pos | Pos | Pos | Pos | Pos | Pos | Pos |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 |

Como 13,5 está entre la posición 13 y posición 14, calculamos el promedio $P_{90} = \frac{5+6}{2} = \frac{11}{2} = 5,5$

Y se interpreta como: Bajo 5,5 se encuentra el 90% de los datos.



Ejercicio 1. Ahora calcula los siguientes percentiles

b) $P_{10} = \dots\dots\dots$

c) $P_{75} = \dots\dots\dots$

d) $P_{20} = \dots\dots\dots$

b. Percentiles en datos agrupados

A partir de la información de la tabla, determina el intervalo donde se ubica el percentil solicitado

| Estatura (cm) | Frecuencia acumulada |
|---------------|----------------------|
| [1,30 – 1,38[| 2 |
| [1,38 – 1,46[| 6 |
| [1,46 – 1,54[| 15 |
| [1,54 – 1,62[| 26 |
| [1,62 – 1,70] | 30 |

a. ¿En qué intervalo se ubica el percentil 20?

Desarrollo.

Total de datos $n = 30$ 20% de $30 = 6$

Respuesta. El P_{20} se encuentra en el intervalo $[1,38 - 1,46[$ y se interpreta como el intervalo cuya frecuencia acumulada es igual o superior a 6.

Ejercicio 2. Con los datos de la tabla anterior ¿A qué intervalo pertenecen los siguientes percentiles?

b. P_{40}

c. P_{75}

d. P_{90}

Desarrollo

b. P_{40} Respuesta. P_{40} se encuentra en el intervalo.....

c. P_{75} Respuesta. P_{75} se encuentra en el intervalo.....

d. P_{90} Respuesta. P_{90} se encuentra en el intervalo.....

Ejercicio 3. Define cada uno de los siguientes percentiles. Ejemplo. P_{40} : Divide los datos ordenados en 100 partes iguales y representa el 40 %.

a. P_{10} :.....

b. P_{25} :.....

c. P_{80} :.....

d. P_{55} :.....

Ejercicio 4. Analiza cada afirmación con respecto a la tabla. Luego, escribe V o F según corresponda y justifica las falsas.

a.....El 50% de las ampollitas duran encendidas menos de 300 horas.

Justificación:.....

b P_{30} equivale a 250 horas.

Justificación:.....

b.....El 25 % de las ampollitas dura más de 350 horas.

Justificación:.....

c.....El 10 % de las ampollitas dura menos de 150 horas.

Justificación:.....

d.....Las ampollitas que duran menos de 186 horas pertenecen al P_{50} .

Justificación:.....

e.....Las ampollitas que se encuentran entre los percentiles 25 y 75 duran encendidas entre 200 y 361 horas.

Justificación:.....

f.....El P_{50} coincide con la mediana.

Justificación:.....

| Tiempo de duración de ampollitas | | |
|----------------------------------|----|-----|
| Tiempo (h) | f | F |
| 150 | 10 | 10 |
| 200 | 25 | 35 |
| 250 | 21 | 56 |
| 300 | 19 | 75 |
| 350 | 20 | 95 |
| 400 | 45 | 140 |



Ejercicio 5. Para cada una de las muestras, calcula el P10, P30, P60 y P80.

A. Edades de un grupo de asistentes a un concierto.

| | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 15 | 17 | 18 | 19 | 19 | 20 | 20 | 21 | 23 | 24 | 28 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 33 | 34 | 34 | 35 | 35 | 35 | 36 | 36 | 37 | 37 | 38 | 41 | 41 |
| 42 | 43 | 45 | 45 | 46 | 49 | 54 | 56 | | | | | | |

- a. P_{10} =..... b. P_{30} =..... c. P_{60} = d. P_{80} =.....

B. Coeficientes intelectuales de un grupo de estudiantes.

| | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 88 | 91 | 91 | 98 | 98 | 99 | 100 | 100 | 100 | 101 | 101 |
| 101 | 101 | 104 | 105 | 105 | 104 | 105 | 106 | 106 | 106 | 108 |
| 108 | 109 | 109 | 111 | 111 | 112 | 113 | 113 | 113 | 114 | 114 |
| 115 | 117 | 118 | 118 | 119 | 120 | 120 | 120 | 120 | 121 | 122 |
| 124 | 125 | 125 | 126 | 128 | 129 | | | | | |

- a. P_{10} =..... b. P_{30} =..... c. P_{60} = d. P_{80} =.....

C. Altura, en metros, de los árboles de una parcela.

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|---|
| 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 7 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 10 | |

- P_{10} =..... b. P_{30} =..... c. P_{60} =..... P_{80} =.....

Ejercicio 6. Un estudio de salud bucal aplicado a 250 estudiantes de un colegio arrojó los siguientes resultados.

| N.º de caries | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---------------------------|----|----|----|----|---|---|
| Porcentaje de estudiantes | 25 | 32 | 22 | 16 | 3 | 2 |

- a. Calcula e interpreta P_{79}
 R:.....
 b. Calcula e interpreta P_{25}
 R:.....
 c. ¿Cuántas caries tienen los estudiantes que están por sobre P_{95} ?
 R:.....
 d. ¿Qué porcentaje de los estudiantes tiene 3 o más caries?
 R:.....
 e. ¿Qué porcentaje de estudiantes tiene menos de 3 caries?
 R:.....

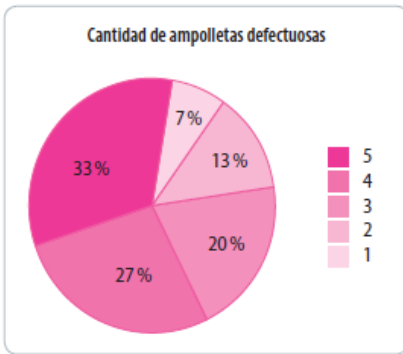
Ejercicio 7. La tabla muestra la cantidad de gasolina que consume una flota de camiones diariamente.

- a. ¿En qué intervalo se encuentra el percentil 23?.....
 b. ¿Cómo puedes interpretar este valor?.....
 c. ¿En qué intervalo se ubica el percentil 45?.....
 d. ¿Qué significa este valor?.....

| Consumo de gasolina de la flota de camiones | |
|---|----------------------|
| Gasolina (litros) | Cantidad de camiones |
| [10, 20[| 8 |
| [20, 30[| 15 |
| [30, 40[| 11 |
| [40, 50[| 17 |
| [50, 60] | 25 |



Ejercicio 8. En la fabricación de un tipo de ampollitas, se han detectados algunas unidades defectuosas. Observa el gráfico que muestra la cantidad de cajas que tenían dañadas 1, 2, 3,4 y 5 ampollitas



Lectura del gráfico circular. En el sentido horario comenzando con 7% equivalente a 1 ampollita dañada.

- ¿Cuál es el percentil 50?..... ¿Qué significa este valor?.....
- ¿Cuál es el percentil 20?..... ¿Qué representa este valor?.....

II Parte. Cuartiles

En esta guía de aprendizaje conoceremos otra medida de posición: los cuartiles. Recordemos que las medidas de posición indican el lugar o posición donde se ubica un valor de la variable dentro de un conjunto ordenado de valores.

Los cuartiles son una medida de posición que divide un conjunto de datos, ordenados de menor a mayor, en cuatro partes iguales. Cada uno de estos valores se puede interpretar como el valor que acumula por debajo de él, el 25%, el 50% y el 75% de valores iguales o inferiores a él.

Vamos a aprender a calcular cuartiles en datos no agrupados y en datos agrupados en tablas

a. Cuartiles en datos no agrupados

| | | | | | |
|----|---|----|---|----|---|
| 4 | 4 | 2 | 8 | 1 | 1 |
| 21 | 0 | 0 | 5 | 3 | 7 |
| 22 | 0 | 22 | 3 | 2 | 3 |
| 4 | 7 | 18 | 2 | 22 | 1 |

Actividad de ejemplo. La tabla indica el número de turnos nocturnos realizados por los enfermeros de una atención de urgencia durante un mes. Determinar los cuartiles.

Primer Paso. Ordenamos los datos de menor a mayor

0 0 0 1 1 1 2 2 2 3 3 3 4 4 4 5 7 7 8
 18 21 22 22 22

Segundo Paso. Determinar el total de datos: 24

Tercer Paso. Calcular los cuartiles:

Calcular Q_1 . El 25% de 24 = 6. La posición 6 corresponde al valor 1, luego $Q_1 = 1$

Calcular Q_2 . El 50% de 24 = 12. La posición 12 corresponde al valor 3, luego $Q_2 = 3$

Calcular Q_3 . El 75% de 24 = 18. La posición 18 corresponde al valor 7, luego $Q_3 = 7$

Ejercicio 9. El cuadro siguiente muestra el número de días de morosidad de un grupo de clientes de una multitienda. Apoyándote en el ejercicio de ejemplo, calcular los cuartiles Q_1 , Q_2 , Q_3

| | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|
| 40 | 88 | 72 | 90 | 9 | 14 |
| 21 | 10 | 15 | 25 | 23 | 7 |
| 12 | 20 | 22 | 7 | 20 | 34 |
| 34 | 37 | 11 | 12 | 22 | 8 |

Desarrollo

- Cálculo de Q_1 Q_1 :.....
- Cálculo de Q_2 Q_2 :.....
- Cálculo de Q_3 Q_3 :.....



b. Cuartiles en datos agrupados

Ejercicio de ejemplo. Un grupo de alumnos aceptó el desafío de resolver 5 preguntas tipo PSU y sus resultados se presentan en la siguiente tabla

| | | | | | | |
|-------------------------|---|---|---|---|---|---|
| n° respuestas correctas | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Frecuencia | 6 | 7 | 4 | 2 | 2 | 0 |

Primer paso. Completar la frecuencia absoluta acumulada

| | | | | | | |
|-------------------------|---|----|----|----|----|----|
| n° respuestas correctas | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Frecuencia | 6 | 7 | 4 | 2 | 2 | 0 |
| Frecuencia acumulada | 6 | 13 | 17 | 19 | 21 | 21 |

Segundo paso.

Calcular los cuartiles.

Total de datos: 21

Calculo de Q_1 . 25% de 21= 5,25

Se ubica en la frecuencia acumulada el valor igual o superior a 5,25, es decir la 6° posición que corresponde al valor 0. Luego $Q_1= 0$

Calculo de Q_2 . 50% de 21= 10,5

Se ubica en la frecuencia acumulada el valor igual o superior a 10,5, es decir la 11° posición que corresponde al valor 1. Luego $Q_2= 1$

Calculo de Q_3 . 75% de 21= 15,75

Se ubica en la frecuencia acumulada el valor igual o superior a 15,75, es decir la 16° posición que corresponde al valor 2. Luego $Q_3= 2$

Ejercicio 10. Dadas las tablas siguientes calcula los cuartiles Q_1 , Q_2 y Q_3

a.

| Cantidad de hermanos | Frecuencia absoluta | Frecuencia acumulada |
|----------------------|---------------------|----------------------|
| 0 | 3 | |
| 1 | 9 | |
| 2 | 6 | |
| 3 | 18 | |
| 4 | 3 | |
| 5 | 2 | |

Calculo de los cuartiles

Q_1 : Q_2 : Q_3 :

b.

| Cantidad de autos | Frecuencia absoluta | Frecuencia acumulada |
|-------------------|---------------------|----------------------|
| 0 | 6 | |
| 1 | 13 | |
| 2 | 4 | |
| 3 | 4 | |

Calculo de los cuartiles

Q_1 : Q_2 : Q_3 :



c.

| n° de calzado | Frecuencia absoluta | Frecuencia acumulada |
|---------------|---------------------|----------------------|
| 38 | 7 | |
| 39 | 4 | |
| 40 | 5 | |
| 41 | 3 | |

Calculo de los cuartiles

Q₁: Q₂:..... Q₃:.....

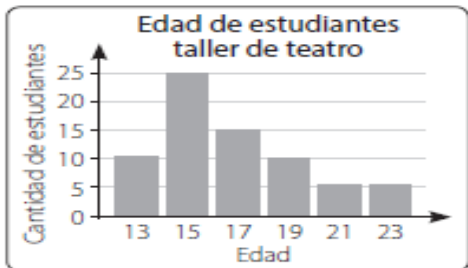
Ejercicio 11. Con los datos dados en el gráfico, ¿cuál es la diferencia entre el primer y el tercer cuartil?.....

Desarrollo. Elabore una tabla de frecuencias a partir del gráfico y determine Q₁ y Q₃



Ejercicio 12. Analiza el grafico. Luego, responde.

Desarrollo. Elabore una tabla de frecuencias a partir del gráfico



a. Determina Q₁ e interpreta su valor.

R:.....

b. Determina Q₂ e interpreta su valor.

R:.....

c. Determina Q₃ e interpreta su valor

R:.....

III parte. Representación gráfica de los cuartiles. Diagramas de Cajón

Ahora, veremos cómo representar gráficamente los cuartiles en un conjunto de datos a través de los diagramas de cajón.

Actividad de ejemplo. El propietario de una pizzería desea averiguar cuánto tiempo demorarán las entregas de sus pizzas en los horarios de alta demanda. Para lograrlo, registró la cantidad de minutos que demorarán 45 entregas seleccionadas al azar. Una vez hecho los cálculos de los respectivos cuartiles, queda registrado en la siguiente tabla

| Mínimo (min) | Q ₁ (min) | Q ₂ (min) | Q ₃ (min) | Máximo (min) |
|--------------|----------------------|----------------------|----------------------|--------------|
| 6 | 14 | 24 | 36 | 40 |



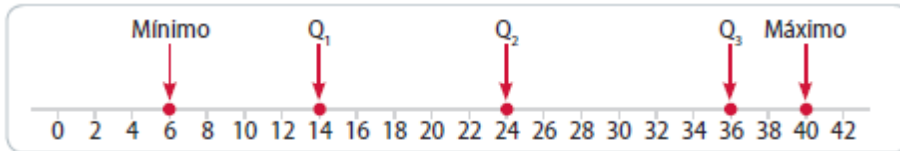
Observación. El Rango intercuartil es la diferencia entre los cuartiles Q_3 y Q_1 .

En el ejemplo el Rango Intercuartil es $R = Q_3 - Q_1 = 36 - 14 = 22$

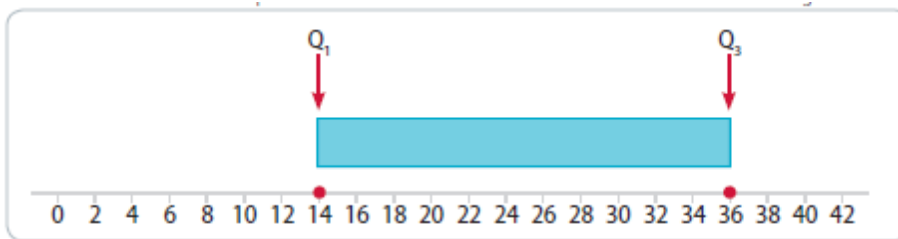
Para representar estos datos gráficamente, vamos a construir un **diagrama de cajón**, que nos permite visualizar la información e interpretarla.

PARA CONSTRUIR NUESTRO DIAGRAMA DE CAJÓN SEGUIREMOS LOS SIGUIENTES PASOS:

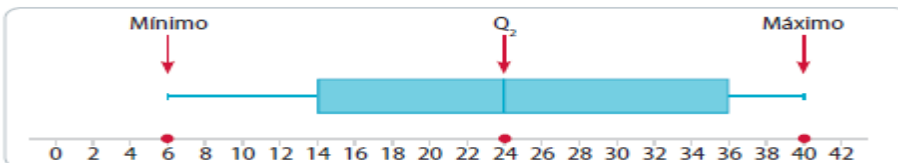
Paso 1. Representa los valores de la tabla en una recta numérica



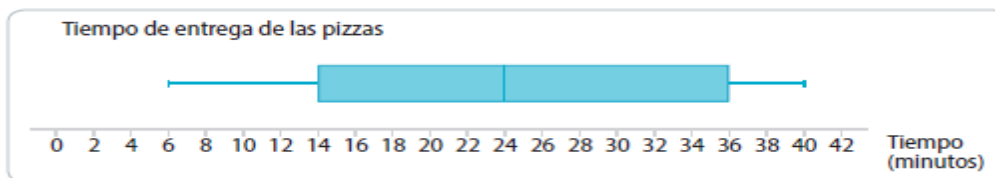
Paso 2. Dibuja un rectángulo sobre la recta numérica fijando su extremo izquierdo en la posición de Q_1 , y su extremo derecho en la posición de Q_3 .



Paso 3. Marca en el rectángulo la posición de Q_2 . Además, marca las posiciones del máximo valor y el mínimo valor y únelas mediante una línea al rectángulo.



Paso 4. Finalmente, podemos representar la información de la tabla mediante el siguiente diagrama de cajón



Ejercicio 13. Representa en un diagrama de cajón la siguiente distribución de datos

Consumo de comida chatarra en una semana por un grupo de personas

- 1 3 1 4 3 1 3 2 4 3 5 1 2 1 1 3 4
 1 2 3 1 4 4 3 5 1 4 3 3 5 2 4 1 3 5



Paso 1. Construye la tabla de frecuencias

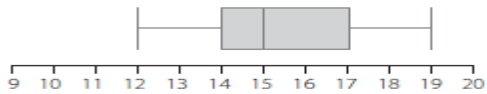
| Nº de veces por semana | Frecuencia absoluta | Frecuencia acumulada |
|------------------------|---------------------|----------------------|
| 1 | | |
| 2 | | |
| 3 | | |
| 4 | | |
| 5 | | |

Paso 2. Calcula los cuartiles Q_1 , Q_2 , Q_3 , además de los valores máximo, mínimo y el rango intercuartil. valor mínimo..... Q_1 Q_2 Q_3 valor máximo.... rango intercuartil.....

Paso 3. Construir el diagrama de cajón

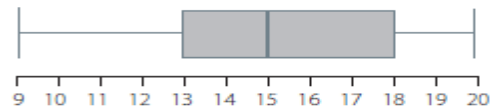
Ejercicio 14. Identifica la información en cada diagrama de cajón.

a.



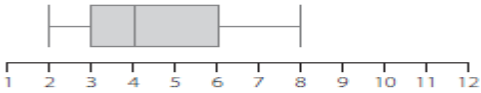
Mín. = _____ Máx. = _____
 Q_1 = _____ Q_2 = _____ Q_3 = _____

b.



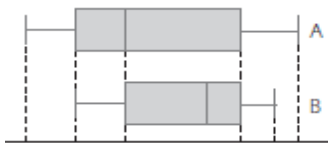
Mín. = _____ Máx. = _____
 Q_1 = _____ Q_2 = _____ Q_3 = _____

c.



Mín. = _____ Máx. = _____
 Q_1 = _____ Q_2 = _____ Q_3 = _____

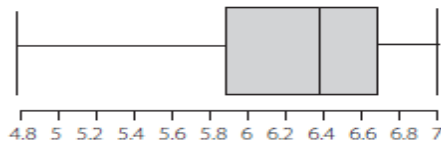
Ejercicio 15. Evalúa si las proposiciones son verdaderas o falsas a partir del diagrama.



- a. La muestra A y la muestra B tienen el mismo valor mínimo.
- b. La muestra A y la muestra B tienen el mismo valor para Q_3 .
- c. La mediana de la muestra A coincide con Q_1 de la muestra B.
- d. Los dos grupos tienen la misma cantidad de datos.
- e. Ambos grupos tienen el mismo máximo.
- f. El rango intercuartil del grupo A es mayor que el rango intercuartil del grupo B.
- g. El grupo A tiene el doble de datos que el grupo B.
- h. El 25% de los datos que hay entre Q_2 y Q_3 en A es igual al 50% central del B.



Ejercicio 16. Se decide que para poder participar en las olimpiadas de matemática, se debe estar en el 25 % más alto en las notas de la asignatura. Las 30 notas del 1°A se distribuyeron de la siguiente manera:



- a. ¿Cuál es la nota mínima para participar del equipo?.....
- b. ¿Cuántos alumnos de este curso participarán?.....

Autoevaluación. Lee atentamente y marca con una x

| | No logrado | Logrado, pero con ayuda | Logrado, pero con alguna dificultad | Logrado |
|---|------------|-------------------------|-------------------------------------|---------|
| Calcula percentiles en datos NO agrupados. Ejercicio 1 | | | | |
| Calcula a qué intervalo pertenecen algunos percentiles. Ejercicio 2 | | | | |
| Definen algunos percentiles. Ejercicio 3 | | | | |
| Calcula los percentiles en datos agrupados. Ejercicio 5 | | | | |
| Dada una tabla de frecuencias calcula los percentiles. Ejercicios 4,6,7 | | | | |
| Dado un gráfico circular determina los percentiles. Ejercicio 8 | | | | |
| Calcula los cuartiles en datos NO agrupados. Ejercicio 9 | | | | |
| Calcula los cuartiles Q_1 , Q_2 , Q_3 , valor máximo y mínimo en tablas de frecuencias. Ejercicio 10,13 | | | | |
| Dado un gráfico de barras determina los cuartiles. Ejercicio 11 y 12 | | | | |
| Construye un diagrama de cajón a partir de los datos en una tabla. Ejercicio 13 | | | | |
| Interpreta información dado un diagrama de cajón. Ejercicio 14,15,16 | | | | |