



Tablas de frecuencias	Interpretación de gráficos. La media aritmética en tablas de frecuencias con intervalos	Medidas de Tendencia central. Moda y Mediana en tablas de frecuencias con intervalos	Medidas de Posición. Percentiles y Cuartiles	Probabilidades. Principio Multiplicativo. Permutaciones (Priorización de Contenidos)	UNIDAD 2 (Priorización de Contenidos)  Potencias y Raíces enésimas
Guía 1	Guía 2	Guía 4	Guía 6	Guía 8	Guía 10

GUÍA DE APRENDIZAJE N° 10  
**Potencias y Raíces enésimas**

NOMBRE	CURSO	2° medio A-B
	FECHA	/ /20
<b>Capacidades:</b> Razonamiento Lógico. Resolución de problemas		
<b>Destrezas:</b> Reconocer, Analizar, calcular, Interpretar, Resolver <b>OA11</b>		
<p><b>Instrucciones:</b> Imprimir esta guía, pegarla y desarrollarla en el cuaderno. Si no puedes imprimirla deja el espacio para pegar la guía y solo realiza el desarrollo en tu cuaderno escribiendo el nombre de la guía. Cuando vuelvas a clase se te entregará una copia de la guía para pegarla. Cuando la resuelvas corrige tu guía con las respuestas y si tienes alguna duda escíbeme al correo <a href="mailto:wg62117@gmail.com">wg62117@gmail.com</a>.</p>		

**Ya estamos en la segunda unidad. En esta guía de aprendizaje veremos potencias y raíces enésimas. Primero repasaremos potencias de base entera y exponente entero**

**I PARTE. REPASO POTENCIAS DE BASE Y EXPONENTE ENTERO**

Una potencia es una forma abreviada de escribir una multiplicación de factores iguales; en ella se reconocen la base y el exponente.

- El valor de la potencia se obtiene de la siguiente manera:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ factores}} = \underbrace{b}_{\text{valor de la potencia}}$$

Ejemplo:  $7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$

$(-7)^3 = (-7) \cdot (-7) \cdot (-7) = -343$

La potencia del ejemplo,  $(-7)^3$ , se lee: "menos siete elevado a tres" o "menos siete al cubo".

**VALOR DE LA POTENCIA**

Observa los cálculos realizados para cada potencia:

- a)  $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$
- b)  $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$
- c)  $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$
- d)  $(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$

En la situación anterior, podemos observar que el resultado puede ser positivo o negativo, dependiendo de la base y exponente de la potencia.

- Si la **base es positiva**, el resultado siempre será **positivo**, pues los factores que se multiplican son positivos (e iguales), como:  $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$  ó  $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$
- Si la **base es negativa**, el resultado puede ser **positivo o negativo**, dependiendo del exponente:
  - a) Cuando es **par**, el resultado será **positivo**, pues la cantidad de factores es par, como:  $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$
  - b) Cuando es **impar**, el resultado será **negativo**, pues la cantidad de factores es impar, como:  $(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$



**Ejercicio 1.** Escribe cada multiplicación como una sola potencia.

- a)  $3 \cdot 3^5 \cdot 3^3 = \dots\dots\dots$
- b)  $(-10)^3 \cdot (-10)^5 \cdot (-10)^4 = \dots\dots\dots$
- c)  $(-9)^6 \cdot (-9)^9 \cdot (-9)^5 = \dots\dots\dots$
- d)  $11^4 \cdot 11^9 = \dots\dots\dots$

**Ejercicio 2.** Transforma a potencias de igual base y, luego, expresa el resultado como una sola potencia.

- a)  $64 \cdot (-512) = \dots\dots\dots$
- b)  $10 \cdot 100 \cdot 10\,000 = \dots\dots\dots$
- c)  $64 \cdot (-32) \cdot 16 = \dots\dots\dots$
- d)  $(-216) \cdot 36 = \dots\dots\dots$

**Ejercicio 3.** Reemplaza los valores de a y b en cada caso, realiza los cálculos correspondientes y completa la tabla.

a	b	$(a + b)^2$	$a^2 + b^2$	$(a - b)^2$	$a^2 - b^2$
2	2				
-2	3				
-4	-6				
2	5				

**Ejercicio 4.** Determina si las siguientes expresiones son verdaderas o falsas. Justifica tus respuestas.

- a) ..... Los valores de las potencias de exponente par son siempre positivos.
- b) ..... Si el valor de la potencia es un número natural, el exponente de la potencia es siempre impar
- c) ..... Si la base de una potencia es un número negativo, el valor de la potencia también lo es.
- d) .... Los valores de las potencias de exponente impar tienen el mismo signo de la base.

**Ejercicio 5.** Compara los resultados en cada caso y completa con <, > o =, según corresponda.

- a)  $2^3 \text{ ___ } (-2)^2$
- b)  $5^4 \text{ ___ } (-5)^4$
- c)  $(-1)^{10} \text{ ___ } 7^0$
- d)  $(-4)^3 \text{ ___ } (-4)^2$
- e)  $(-1)^6 \text{ ___ } (-2)^1$
- f)  $(-100)^4 \text{ ___ } 100$

**PROPIEDADES. MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE POTENCIAS DE IGUAL BASE**

**Propiedad 1.** Sean a, m, n ∈ Z, entonces se cumple que  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

**Propiedad 2.** Sean a, m, n ∈ Z, entonces se cumple que  $a^m : a^n = a^{m-n}$

**Ejercicio 6.** Reduce las siguientes expresiones a una sola potencia y calcula su valor expresado en potencias

- a.  $3^{12} : 3^5 = \dots\dots\dots$
- b.  $4^5 \cdot 4^7 = \dots\dots\dots$
- c.  $(-1)^3 \cdot (-1)^8 = \dots\dots\dots$
- d.  $9^6 \cdot 9^{-2} = \dots\dots\dots$
- e.  $8^5 : 8^{-10} = \dots\dots\dots$
- f.  $a^{-2} \cdot a^7 = \dots\dots\dots$

**Ejercicio 7.** Completa con el número que corresponda para que la igualdad se cumpla.

- a.  $4^{\square} = 1024$
- b.  $[\square]^3 = 216$
- c.  $7^3 \cdot 7^{\square} = 7^8$
- d.  $5,4^5 \cdot [\square] = 5,4^{-12}$

Respuesta. a ..... b ..... c ..... d.....



## II PARTE. POTENCIAS DE BASE RACIONAL Y EXPONENTE ENTERO

Si  $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$ , la potencia de base  $\frac{a}{b}$  y exponente  $n$ , con  $n \in \mathbb{Z}$ , se define como:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdots \frac{a}{b}}_{n \text{ veces}}$$

Como un número racional se puede representar como el cociente de dos números enteros, en el caso de una potencia de base racional, se tiene que:  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

**Ejercicio 8.** Calcula el valor de las potencias  $0,5^3$ ,  $\left(-\frac{4}{3}\right)^3$ ,  $\left(-\frac{5}{2}\right)^4$ .

### PROPIEDAD

Si  $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}$  y  $n \in \mathbb{N}$ , entonces:  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ .

¿Cuál es el valor de  $0,3^{-3}$ ? Justifica tu respuesta aplicando propiedades de potencias de base entera y exponente entero.

**Ejercicio 9.** Escribe cada potencia con exponente positivo.

a.  $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$

b.  $\left(-0,4\bar{3}\right)^{-8}$

c.  $\left(-\frac{10}{9}\right)^{-1}$

**Ejercicio 10.** Aplicando propiedades escriba como una sola potencia con exponente positivo.

a.  $\left(\frac{-1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{-1}{3}\right)^4 = \dots$

b.  $\left(\frac{7}{6}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{7}{6}\right)^{-1} = \dots$

c.  $\left(\frac{4}{5}\right)^5 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^{-3} = \dots$

**Ejercicio 11.** Resuelve cada una de las siguientes expresiones aplicando las propiedades que correspondan.

a.  $7^8 \cdot 7^6 = \dots$

b.  $9 \cdot 81 \cdot 3^2 = \dots$

c.  $6^4 : 6^7 = \dots$

d.  $[-4]^{-2} = \dots$

e.  $[(2^2)^{-1}]^3 = \dots$

f.  $\left[\left(\frac{-1}{2}\right)^2\right]^{-3} = \dots$

g.  $\left[\left(\frac{10^2}{10^{-3}}\right)^2\right]^{-3} = \dots$

**Respuestas.** a..... b..... c..... d.....  
e..... f..... g.....

### PROPIEDAD

Una potencia de base un número racional distinto de cero con exponente 0 es igual a 1.

Simbólicamente: Si  $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}$ , entonces  $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$ .

¿Cuál es el valor de  $\left(-\frac{2}{7}\right)^0$ ? Justifica tu respuesta aplicando propiedades de potencias que tienen como base entera y exponente un número entero.



**Ejercicio 12.** Calcula el valor de cada potencia.

a.  $\left(\frac{2}{5}\right)^0$

c.  $\left(-\frac{3}{8}\right)^4$

e.  $0,03^2$

b.  $\left(-\frac{1}{6}\right)^3$

d.  $0,4^2$

f.  $(-0,2)^2$

**Ejercicio 13.** Remplaza en cada expresión  $a = 3$ ,  $b = 2$ ,  $c = -2$ , calcula y simplifica cada vez que sea necesario.

a.  $\left(\frac{a}{b}\right)^3 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^c$

b.  $\frac{1}{b} + \left[\left(\frac{14}{a}\right)^{-c}\right]^{-1}$

c.  $\left(\frac{2}{3}\right)^b - \left(\frac{3}{7}\right)^c + \frac{1}{a}$

**Ejercicio 14.** Completa para que se cumpla cada igualdad.

a.  $\left(-\frac{1}{3}\right)^{\square} : \left(-\frac{1}{3}\right)^{-3} = \left(-\frac{1}{3}\right)^5$

b.  $\left[(0,125)^2\right]^{\square} = 8^8$

c.  $\left(-\frac{7}{4}\right)^{-3} = \left(-\frac{4}{7}\right)^{\square}$

**PROPIEDAD**

La propiedad de la **potencia de una potencia** establece que:  
Si  $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}$  y  $n, m \in \mathbb{Z}$ , entonces:  
$$\left[\left(\frac{a}{b}\right)^n\right]^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n \cdot m}$$

**Ejercicio 15.** Comprueba que se cumplen las siguientes igualdades.

a.  $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^0\right]^3 = 1$

b.  $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^2\right]^3 = \left[\left(\frac{3}{4}\right)^3\right]^2$

**Resuelve los siguientes problemas de aplicación de potencias.**

a. Una bacteria se reproduce cada 7 minutos en dos bacterias. Si se coloca una bacteria en un recipiente a las 16:30, ¿a qué hora habrá 256 bacterias?

R: .....

b. ¿Cuántas personas pueden habitar un condominio que tiene 5 edificios de 5 pisos, con 5 departamentos por piso, si cada departamento está pensado para ser habitado por 5 personas?

R: .....

**III PARTE. RAICES ENESIMAS Y SU RELACION CON LAS POTENCIAS DE EXPONENTE RACIONAL**

En cursos anteriores, se estudiaron las potencias con exponente entero. Por ejemplo:

$3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$  o  $2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{16}$

Es posible ampliar el concepto de potencia a potencias con exponente racional, Por ejemplo:  $7^{\frac{1}{2}}, 8^{\frac{1}{3}}, 4^{\frac{3}{2}}$ .

Veamos la siguiente situación: Supongamos que se cumple  $(a^n)^m = a^{nm}$ , con n y m fracciones, ¿cuál es el resultado de  $(7^{1/2})^2$  ?.....

Por otra parte, ¿qué número elevado al cuadrado da como resultado 7?, ¿ocurrirá siempre lo mismo?, ¿cómo lo sabes? ¿Qué puedes concluir?.....

Observa que  $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 7^{\left(\frac{1}{2} \cdot 2\right)} = 7^1 = 7$ , y por otra parte  $(\sqrt{7})^2 = 7$  (por definición de raíz cuadrada), luego  $7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$ .

De la misma manera:

$\left(8^{\frac{1}{3}}\right)^3 = 8$ , por lo tanto  $8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2$

$\left(4^{\frac{3}{2}}\right)^2 = 4^3 = 64$ , por lo tanto  $4^{\frac{3}{2}} = \sqrt{4^3} = \sqrt{64} = 8$



Representar las raíces como potencias con exponente fraccionario permite verificar ciertas propiedades de las raíces aplicando las propiedades de las potencias.

En general:

- Si  $n \neq 0$ , entonces  $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$
- Si  $n \neq 0$ , entonces  $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

**Una raíz cuadrada es aquella raíz que tiene índice 2 y raíz enésima es aquella raíz cuyo índice es n, donde  $n \in \{3,4,5,6,\dots\}$**

**UNA APLICACIÓN A LA FÍSICA**

Sea d la distancia recorrida por un cuerpo en caída libre, dada por  $d = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ , donde  $g = 9,8 \text{ m/seg}^2$  es la aceleración de gravedad y t es el tiempo transcurrido.

- ¿Qué distancia recorre un cuerpo en caída libre en el primer segundo? .....
- ¿Qué distancia recorre un cuerpo en caída libre en el tercer segundo?.....¿y en el décimo segundo?.....
- Si un cuerpo se dejara caer desde 2 000 m de altura, ¿qué distancia recorrería en el último segundo?.....

**Ejercicio 16.** Expresa las siguientes potencias en forma de raíz:

- a.  $45^{\frac{1}{3}}$       b.  $-27^{\frac{5}{3}}$       c.  $\left(\frac{7}{10}\right)^{\frac{2}{3}}$       d.  $(0,00032)^{\frac{1}{5}}$

**Ejercicio 17.** Escribe las siguientes raíces en forma de potencia, y luego calcúlalas:

- a.  $\sqrt[3]{-343}$       b.  $\sqrt[4]{324}$       c.  $\sqrt[5]{-0,00001}$       d.  $\sqrt[9]{512}$

**Ejercicio 18.** Utilizando las propiedades anteriores:

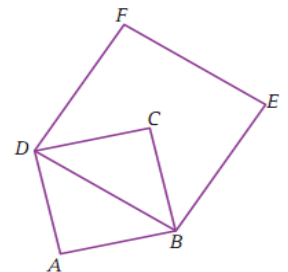
- a. ¿Cómo expresarías en forma de raíz  $\left((x)^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{5}}$ ?      b. De manera análoga, expresa como raíz  $\left((a)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{3}}$ .

**Ejercicio 19.** Responde las siguientes preguntas.

- ¿Cuál es la medida del lado de un cuadrado de área  $5\sqrt{2} \text{ m}^2$  .....
- ¿Cuál es la medida de la arista de un cubo que tiene por volumen  $3\sqrt{5} \text{ cm}^3$  .....

**Ejercicio 20.** Dada la siguiente figura, contesta.

- Calcular el área del cuadrado DBEF si  $AB = 6 \text{ cm}$ . .....
- Si el área ABCD es  $30 \text{ cm}^2$ , calcula el lado de ese cuadrado y el área del cuadrado DBEF.....
- Calcula el área de cada cuadrado si:
  - el lado del cuadrado menor mide x cm.....
  - el área del cuadrado menor es y  $\text{cm}^2$  .....





<p><b>Ejercicio 21.</b> Encuentre el valor de las siguientes raíces enésimas</p> <p>a. <math>\sqrt[5]{-243} =</math></p> <p>b. <math>\sqrt[3]{729^2} =</math></p> <p>c. <math>\sqrt{0,0625} =</math></p> <p>d. <math>\sqrt[7]{128^3} =</math></p> <p>e. <math>\sqrt[4]{\frac{81}{4096}} =</math></p> <p>f. <math>\sqrt[6]{\frac{64}{15625}} =</math></p>	<p><b>Ejercicio 22.</b> Analiza cada proposición. Luego, determina si es verdadera o falsa y justifica en ambos casos.</p> <p>a. [ <input type="checkbox"/> ] Si <math>(-8)^2 = 64</math>, entonces <math>\sqrt{64} = -8</math>. R: _____</p> <p>b. [ <input type="checkbox"/> ] La raíz sexta de <math>-64</math> es <math>-2</math>. R: _____</p> <p>c. [ <input type="checkbox"/> ] Si <math>(-2)^3 = -8</math>, entonces la raíz cúbica de <math>8</math> es <math>-2</math>. R: _____</p> <p>d. [ <input type="checkbox"/> ] La raíz cúbica de <math>-1000</math> es <math>10</math>. R: _____</p> <p>e. [ <input type="checkbox"/> ] <math>\sqrt[5]{3125} = 5</math>. R: _____</p> <p>f. [ <input type="checkbox"/> ] <math>\sqrt[3]{-125} = 5</math> R: _____</p>
<p><b>Ejercicio 23.</b> Escribe las raíces dadas en forma de potencia</p> <p>a. <math>\sqrt[4]{2^5} =</math> _____</p> <p>b. <math>\sqrt{9^3} =</math> _____</p> <p>c. <math>\sqrt[5]{3^2} =</math> _____</p> <p>d. <math>\sqrt[7]{(a-1)^6} =</math> _____</p> <p>e. <math>\sqrt[9]{(x+8)^5} =</math> _____</p> <p>f. <math>\sqrt[9]{(x-y)^b} =</math> _____</p> <p>g. <math>\sqrt[9]{x^2 + 2xy + y^2} =</math> _____</p>	<p><b>Ejercicio 24.</b> Simplifica las siguientes raíces</p> <p>a. <math>\sqrt[15]{6^{45}} =</math> _____</p> <p>b. <math>\sqrt[32]{512^4} =</math> _____</p> <p>c. <math>\sqrt[5]{8^{20}} =</math> _____</p> <p>d. <math>\sqrt[18]{27^6} =</math> _____</p> <p>e. <math>\sqrt[56]{256^7} =</math> _____</p> <p>f. <math>\sqrt[77]{15^{11}} =</math> _____</p> <p>g. <math>\sqrt[12]{64} =</math> _____</p>
<p><b>Ejercicio 25.</b> Determina el valor de x en cada caso.</p> <p>a. <math>\sqrt[3]{36} = 6</math>      x= _____</p> <p>b. <math>\sqrt[3]{x} = -4</math>      x= _____</p> <p>c. <math>\sqrt[10]{1} = x</math>      x= _____</p> <p>d. <math>\sqrt[x]{-3125} = -5</math>      x= _____</p> <p>e. <math>\sqrt[4]{2401} = x</math>      x= _____</p> <p>f. <math>\sqrt[4]{x} = 8</math>      x= _____</p> <p>g. <math>\sqrt[5]{243} = x</math>      x= _____</p>	<p><b>Ejercicio 26.</b> Aplica la propiedad de la multiplicación o de la división de radicales para calcular.</p> <p>a. <math>\sqrt{5} \cdot \sqrt{20} =</math> _____</p> <p>b. <math>\frac{\sqrt[3]{-18}}{\sqrt[3]{2}} =</math> _____</p> <p>c. <math>\sqrt[5]{-9} \cdot \sqrt[5]{27} =</math> _____</p> <p>d. <math>\frac{\sqrt[4]{2500}}{\sqrt[4]{4}} =</math> _____</p>

**Cuestionario.** Estimado alumno(a). Necesito que contestes estas preguntas para saber lo que aprendiste y lo que para ti tuvo una mayor dificultad. Marca con una X los ítem que te significaron una mayor dificultad para resolverlos

- ..... ejercicios de potencias de base y exponente entero (ejercicio 1 al 7)
- ..... Ejercicios de potencias de base racional y exponente entero (ejercicios 8 al 15)
- ..... Resolución de problemas aplicando potencias
- ..... Ejercicios de raíces enésimas y su relación con potencias de exponente racional (ejercicios 16, 17 y 18, 22 y 23)
- ..... Aplicación de raíces enésimas a la resolución de problemas geométricos (ejer. 19 y 20)
- ..... Calcular el valor de raíces enésimas (ejercicios 21 y 25)
- ..... Simplificar raíces (ejercicio 24)
- ..... Aplicar propiedades de multiplicación y división de raíces de igual índice (ejercicio 26)